LICEO BENJAMÍN VICUÑA MACKENA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Mónica Caceres Henriquez
Daniela Muñoz Peña
Viviana Ojeda Diaz
Luis Olmos Olmedo

Guía de Ejercitación N°3

Nombre: ____ **Curso:** 3º Medio ____ **Fecha:** _______

UNIDAD 4:
NÚMEROS COMPLEJOS

CONTENIDOS:
Potencias de la unidad imaginaria

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:
Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C, en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

OBJETIVO ESPECÍFICO:
Calcular potencias de la unidad imaginaria.

INSTRUCCIONES:
- Esta guía es de carácter formativo y de ejercitación. **No será evaluada con una calificación.**
- Recuerda enviar por correo electrónico el desarrollo de esta guía para que tu profesor pueda revisar tu trabajo.

PROPIEDADES DE POTENCIAS

Nombre de la Propiedad	Notación o fórmula	Ejemplo
Multiplicación de potencias de igual base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$i^4 \cdot i^{15} \cdot i^{-5} = i^{4+15+-5} = i^{14}$
División de potencias de igual base	$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$i^{12} \div i^5 = i^{12-5} = i^7$
Potencia de una potencia	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(2i^3)^5 = 2^{1 \cdot 5} i^{3 \cdot 5} = 2^5 i^{15} = 32i^{15}$

OBSERVACIONES:
1) Al aplicar las propiedades de potencias también debes aplicar la regla de los signos para la adición, sustracción y multiplicación según corresponda (observa los ejemplos).
2) Al tener una potencia de una potencia, el exponente exterior afecta a todo lo que tenemos al interior del paréntesis, sea un coeficiente (número) o un factor literal (letra).
3) Recuerda que si el exponente no está escrito su valor es 1.

POTENCIAS DE LA UNIDAD IMAGINARIA

Para calcular potencias de la unidad imaginaria debes seguir la siguiente secuencia:

1) Operatoria previa, si corresponde (propiedades de potencia y/o operatoria básica o algebraica).
2) Las potencias de la unidad imaginaria se repiten cada 4, es decir, son equivalentes en cada ciclo y los resultados obtenidos son iguales, por lo tanto, el paso siguiente es dividir el exponente de la unidad imaginaria por 4.
3) Reemplazar el resto obtenido en la división anterior (lo que sobra), de acuerdo a la siguiente tabla:

Resto obtenido	Potencia equivalente	Valor de la potencia
1	i^1	i
2	i^2	-1
3	i^3	$-i$
0	i^4	1

4) Operatoria posterior, si corresponde (multiplicación y/o reducción de términos semejantes).

EJEMPLO 1: DETERMINA EL VALOR DE $i^{16} \cdot i^{7}$

1) Operatoria previa:

Aplicamos propiedad de potencia (multiplicación de potencias de igual base)

$i^{16} \cdot i^{7} = i^{23}$

2) Dividir el exponente de i en 4:

$23 \div 4 = 5 \rightarrow 5 \cdot 4 = 20 + 3 \rightarrow$ resto

3) Reemplazar el resto de acuerdo a la tabla dada:

Como el resto es 3, esto quiere decir que $i^{23} = i^{3}$

Según tabla, $i^{3} = -i$

Por lo tanto, $i^{23} = -i$

EJEMPLO 2: DETERMINA EL VALOR DE $(4i^{5})^{6}$

1) Operatoria previa:

Aplicamos propiedad de potencia (potencia de una potencia)

$(4i^{5})^{6} = 4^{6}i^{30}$

Aplicamos operatoria básica (resolver 4^{6})

$4^{6}i^{30} = 4096i^{30}$

2) Dividir el exponente de i en 4:

$30 \div 4 = 7 \rightarrow 7 \cdot 4 = 28 + 2 \rightarrow$ resto

3) Reemplazar el resto de acuerdo a la tabla dada:

Como el resto es 2, esto quiere decir que $4096i^{30} = 4096i^{2}$

Según tabla, $i^{2} = -1$

Por lo tanto, $4096i^{2} = 4096 \cdot -1$

4) Operatoria posterior:

Resolver la multiplicación

$4096 \cdot -1 = -4096$

Finalmente, $(4i^{5})^{6} = -4096$

EJEMPLO 3: DETERMINA EL VALOR DE $\frac{15(i^{9})^{5}}{3i^{12}}$

1) Operatoria previa:

Aplicamos propiedades de potencia (potencia de potencia y división de potencias de igual base) y operatoria básica (realizar división $\frac{15}{3}$)

$$\frac{15(i^{9})^{5}}{3i^{12}} = \frac{15i^{45}}{3i^{12}} = 5i^{33}$$

2) Dividir el exponente de i en 4:

$33 \div 4 = 8 \rightarrow 8 \cdot 4 = 32 + 1 \rightarrow$ resto

3) Reemplazar el resto de acuerdo a tabla dada:

Como el resto es 1, esto quiere decir que $5i^{33} = 5i^{1}$

Según recuadro, $i^{1} = i$

Por lo tanto, $5i^{33} = 5i$

Finalmente, $\frac{15(i^{9})^{5}}{3i^{12}} = 5i$

I. Con la ayuda de los ejemplos resueltos anteriormente, **calcula** las siguientes potencias de la unidad imaginaria.

a) $i^{86} \cdot i^{231}$

b) $8i^{39} + 5i^{44}$

c) $(2i^{7})^{9}$

d) $\frac{(2i^{4})^{7}}{16i^{5}}$

DESAFÍO:

Desarrolla el siguiente ejercicio

$$\frac{i^{161} + i^{127}}{i^{542} \cdot (3i^{440} + 2i^{41})}$$